代数：

二项式定理

1. 这是$(a+b)^n$的二项展开式，共有$n+1$ 项。各项的系数$C_r^n(r\in\{0,1,2,\dots,n\})$叫做二项式系数。

$$(a+b)^n=C_0^n a^n+C_1^n a^{n-1}b^1+\dots+C_n^n b^n$$

2. 通项：二项式展开式中第$r+1$ 项叫做二项式展开的通项。

$$T_{r+1}=C_r^n a^{n-r}b^r$$

通项的特点：

- 二项展开式的通项是第$r+1$项，而不是第r项。
- 二项展开式的通项的二项式系数是C_k^n，而不是C_{k+1}^n。

通项的应用：

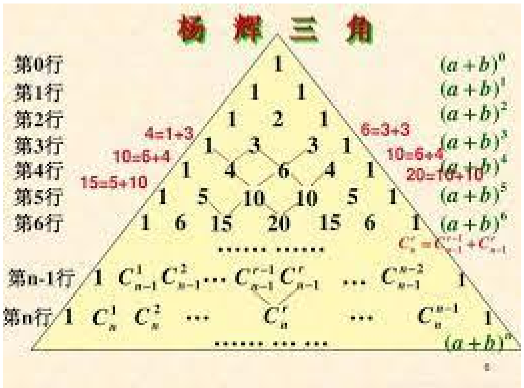
- 二项展开式的通项体现了二项展开式的项数、系数、次数的变化规律，是二项式定理的核心，它在求展开式的某些特定的项及其系数方面有着广泛的应用。
- 求二项展开式中的特定项的方法和特定项的问题，实质是考查通项$T_{r+1}=C_r^n a^{n-r}b^r$的特点，一般需要建立方程求r，再将r的值代回通项求解，注意的取值范围$(r\in\{0,1,2,\dots,n\})$。

题目类型：

a. 第k项：此时$r+1=k$，直接代入通项，进而得出项的系数。
b. 常数项：即不含“变元”，令通向中“变元”的幂函数为 0 建立方程。
c. 有理项：令通项中“变元”的幂指数为整数建立方程。

3. 二项式系数的性质

- 对称性：首末两端“等距离”的两个二项式系数相等，即$C_r^n=C_{n-r}^n$。
- 增减性与最大值：当$k<\frac{n+1}{2}$时，二项式的系数是逐渐增大的。由对称性得知它得后半部分是逐渐减小得，且在中间取得最大值。
  a. 当n是偶数时，$C_{\frac{n}{2}}^n$为最大值.
  b. 当n是奇数时，$C_{\frac{n-1}{2}}^n=C_{\frac{n+1}{2}}^n$，且同时为最大值。
- 各二项式系数的和：$C_0^n+C_1^n+C_2^1+C_3^n+\dots+C_n^n=2^n$，即的展开式的各个二项式系数的和等于$2^n$。奇数项的二项式系数的和等于偶数项的二项式系数之和，都等于2^{n-1}，即$C_0^n+C_2^n+C_4^1+\dots=C_1^n+C_3^n+C_5^n+\dots=2^{n-1}$。



4. 要特别注意的二项式的系数与项的系数的区别，例如$(1-2x)^5=C_0^5+C_1^5(-2x)+\dots+C_5^5(-2x)^5$

x^3的二项式系数为C_3^5
x^3的项的系数为$C_3^5(-2)^3$