

## 行星的运动及开普勒定律

- 开普勒三大定律都是研究天体运动中行星运动规律的定律，该定律是牛顿发现万有引力定律的基石。
- 开普勒定律是开普勒发现的关于行星运动定律，他于1609年在他出版的《新天文学》上发表了关于行星运动的两条定律。后于1618年，开普勒发现了第三条运动定律。

### 开普勒三大定律

开普勒第一定律	<ul style="list-style-type: none"><li>• 所有的行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，太阳处在椭圆的一个焦点上。也称椭圆轨道定律。</li><li>• 对任一行星来说，它都是绕太阳做匀速圆周运动，太阳处在圆心的位置。</li></ul>
开普勒第二定律	<ul style="list-style-type: none"><li>• 对每个行星而言，太阳于行星的连线在相等的时间内扫过相等的面积。也称面积定律。</li><li>• 行星的速度随着于太阳距离变化而不断变化，离太阳较近时，运行速度比较大，离太阳远时，速度较小。</li></ul>
开普勒第三定律	<ul style="list-style-type: none"><li>• 绕太阳运动的所有行星的轨道半长轴的立方于其公转周期的平方成正比。也称周期定律</li><li>• 若 <math>R</math> 表示椭圆轨道的半长轴，<math>T</math> 表示公转周期，则</li><li>• <math>\frac{R^3}{T^2} = k</math></li><li>• <math>K</math> 是一个对所有太阳运行的行星都有相同的常量。</li></ul>

### 万有引力定律

- 牛顿发现了万有引力，并在前人基础上总结出万有引力定律：自然界中任何两个物体间都相互吸引，引力的大小与物体的质量成正比，与它们之间距离的平方成反比。
- 这里的距离是指可以看成质点的两物体间距离，若是两均匀球体则是球心间距离。若用  $m_1$ 、 $m_2$  分别表示两物体质量， $r$  表示两物体间的距离，则万有引力

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- 式中  $G$  叫万有引力常量，由卡文迪许利用扭秤首先在实验室中较准确地测定：

$$G = 6.6741 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2。$$

## 万有引力与重力

- 在地球上的物体由于随地球一起自转，需要向心力。地球对物体的万有引力起了两个效果，既提供向心力又产生重力，但物体随地球自转所需向心力很小，因此一般情况下可认为重力就等于万有引力，即

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg$$

- 所以  $g = G \frac{M}{R^2}$ ，可见离地球越远， $g$  值就越小。位于地球表面附近时  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。
- 有的问题涉及地球质量  $M$ ，常用  $GM = gR^2$  来简化计算，另外球体的体积  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$  是经常用到的。

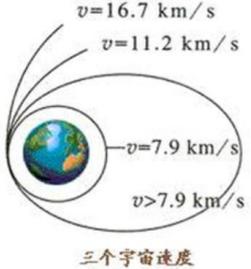
## 万有引力与天体运动

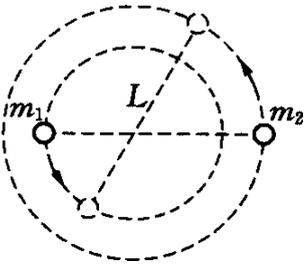
- 为简化问题，视各种行星绕恒星以及卫星绕行星的运动等均为匀速圆周运动，所需的向心力由万有引力提供，有

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r = m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r$$

- 所以轨道速度： $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ ；角速度： $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ ；周期： $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$ 。

## 应用

<p><b>第一宇宙速度</b></p>  <p>三个宇宙速度</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>设地球质量为 <math>M</math>，物体的质量为 <math>m</math>，物体沿地球表面做圆周运动，地球的半径 <math>R</math> 作为圆周的半径，则有</li> </ul> $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>将地球质量 <math>M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}</math>，地球的半径 <math>R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}</math>，万有引力常量代入上式，可得 <math>v = 7.9 \times 10^3 \text{ m/s}</math>。这就是物体环绕地球运动不掉到地面上所要达到的最低速度。我们把这个速度叫做第一宇宙速度，也叫做环绕速度。</li> </ul>
<p><b>第二宇宙速度</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>在地球表面以该速度发射卫星，卫星会逃逸出地球引力，最终围绕太阳做运行，这样最小速度称为第二宇宙速度，也叫地球逃逸速度。人造卫星脱离地球的最小速度为 <math>11.2 \text{ km/s}</math> 各种行星（如火星）探测器的起始飞行速都高于第二宇宙速度。当速度大于 <math>7.9 \text{ km/s}</math> 时，绕地球运行的轨迹就不再是圆，而是椭圆。</li> </ul>

<p><b>第三宇宙速度</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>脱离地球的卫星还受到太阳引力作用，若要在地球附近发射一个物体，要使物体挣脱太阳引力的束缚力，飞到太阳系以外，需要的速度至少为 <math>16.7\text{kms}^{-1}</math>。</li> </ul>
<p><b>双星系统</b></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>两颗靠得很近的天体，离开其他天体非常远，靠相互吸引力以其连线上某点为共同圆心分别做匀速圆周运动，且保持两星间的距离不变，称之为“双星”。若两星的质量分别为 <math>m_1</math> 和 <math>m_2</math>，两星间距离为 <math>L</math>，试求双星的轨道半径和运动周期。</li> <li>双星靠相互作用的万有引力提供向心力，因而两星所受的向心力相等，又因万有引力必须指向轨道的圆心，所以，两星的角速度必相等，如图所示。</li> </ul>



SJUEC.COM