代数：

概率论

1. 随机变量：随着试验结果变化而变化的变量，通常用字母X，Y，ξ，η，…表示。

离散型随机变量

- ➢ 所有取值可以一一列出的随机变量。

离散型随机变量的分布列

- ➢ 一般地，若离散型随机变量可能取的不同值为x_1，x_2，…，x_i，…，x_n，X取每一个值$x_i(i=1,2,\dots,n)$的概率$P(X=x_i)=p_i$，以表格的形式表示如下：

X	x_1	x_2	…	x_i	…	x_n
P	p_1	p_2	…	p_i	…	p_n

则称上表为离散型随机变量X的概率分布列，简称为X的分布列。有时也用等式$P(X=x_i)=p_i$ 表示X的分布列。

离散型随机变量的分布列性质

- ➢ $p_i \geq 0(i=1,2,\dots,n)$
- ➢ $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

2. 两点分布（0-1 分布）

X	0	1
P	$1-p$	p

若随机变量X的分布列具有上表的形式，则称X服从两点分布，并称$p=P(X=1)$为成功概率。（注：两点分布的试验结果只有两种可能性，概率之和为 1）

例子：

- ➢ 买彩票是否中奖
- ➢ 投篮是否命中
- ➢ 射箭是否射中靶心

3. 超几何分布

- ➢ 一般地，在含有M件次品的N件产品中，任取n件，其中恰X有件次品，则$P(X=k)=\frac{C_k^M C_{n-k}^{N-M}}{C_n^N}(k=0,1,2,\dots,m)$

X	0	1	…	m
P	$\frac{C_0^M C_{n-0}^{N-M}}{C_n^N}$	$\frac{C_1^M C_{n-1}^{N-M}}{C_n^N}$	…	$\frac{C_m^M C_{n-m}^{N-M}}{C_n^N}$

其中$m=min\{M,n\}$，且$n \leq N$，$M \leq N$，n，M，$N \in \boldsymbol{N}^*$

如果随机变量的分布列具有上表的形式，则随机变量服从超几何分布。

4. 条件概率

- ➢ 一般地，设A，B为两个事件，且$P(A)>0$，称$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$为在事件$A$发生的条件下，事件$B$发生的条件概率。$P(B|A)$读作$A$发生的条件下$B$发生的概率。
- ➢ $0 \leq \mathrm{P(B|A)} \leq 1$
- ➢ 如果B和C是连个互斥事件，则$P(B \cup C|A)=P(B|A)+P(C|A)$。

5. 事件的相互独立性

- ➢ 设A，B为两个事件，若$P(AB)=P(A)P(B)$，则称事件A与事件B相互独立。
- ➢ 连续两次抛掷硬币，第一次正面向上和第二次反面向上为相互独立事件。

6. 独立重复试验

- ➢ 一般地，在相同条件下重复做n的次试验称为n次独立重复试验。在n次独立重复试验中，记A_i是“第i次试验的结果”。

- 独立重复试验的特征
  - 每次试验的条件都完全相同，有关事件的概率保持不变。
  - 每次试验只有两种结果，事件发生或者不发生。
  - 每次试验的结果互不影响，即每次试验相互独立。

7. 二项分布
   - 一般地，在n次独立重复试验中，用X表示事件A发生的次数，设每次试验中事件A发生的概率为p，则$P(X=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

     此时称随机变量X服从二项分布，记作$X\sim B(n,p)$，并称p为成功概率。

8. 常态分布
   - $\varphi_{\mu,\ \sigma}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$，$x\in(-\infty,+\infty)$，其中实数$\mu$和$\sigma(\sigma>0)$为参数。称$\varphi_{\mu,\sigma}(x)$的图像为常态分布密度曲线，简称常态曲线。
   - 如果对于任何实数a，$b(a<b)$，随机变量X满足$P(a<X\le b)=\int_a^b\varphi_{\mu,\sigma}(x)dx$，则称随机变量$X$服从常态分布。常态分布完全由参数$\mu$和$\sigma$确定，因此常态分布常记作$N(\mu,\sigma^2)$。如果随机变量$X$服从常态分布，则记为$X\sim N(\mu,\sigma^2)$。特别地，把$\mu=0$，$\sigma=1$ 的常态分布叫做标准标准常态分布。

- 常态曲线的特征
  - 曲线位于x轴上方，与x轴不相交。
  - 曲线是单峰的，它关于直线$x=\mu$对称。
  - 曲线与x轴之间的面积为 1。
  - 曲线在$x=\mu$处达到峰值$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$。
  - 当σ一定时，曲线的位置由μ确定，曲线随着μ的变化而沿x轴平移。
  - 当μ一定时，曲线的形状由σ确定，σ越小，曲线越“瘦高”，表示总体的分布越集中；σ越大，曲线越“矮胖”，表示总体越分散。

补充：

1. 均值

   若离散型随机变量X的分布列为

X	x_1	x_2	$\dots$	x_i	$\dots$	x_n
P	p_1	p_2	$\dots$	p_i	$\dots$	p_n

   则称为$E(x)=x_1p_1+x_2p_2+\dots+x_ip_i+\dots+x_np_n$离散型随机变量$X$的均值或数学期望值。它反映了离散型随机变量取值的平均水平。

2. 方差

   若离散型随机变量X的分布列为

X	x_1	x_2	$\dots$	x_i	$\dots$	x_n
P	p_1	p_2	$\dots$	p_i	$\dots$	p_n

   则$\left(x_i-E(x)\right)^2$描述了$x_i(i=1,2,\dots,n)$相对于均值$E(x)$的偏离程度。而$D(x)=\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-E(x)\right)^2p_i$为这些偏离程度的加权平均。刻画了随机变量$X$与其均值$E(x)$的平均偏离程度。我们$D(x)$称为随机变量$X$的方差，并称其算算术平方根$\sqrt{D(x)}$为随机变量$X$的标准差。