代数：

直线与方程

1. 斜率：把一条直线的倾斜角α的正切值叫做这条线的斜率，斜率常用字母m表示，即：$m = tan\alpha(\alpha \neq 90°)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

   a. 当直线平行于轴或与轴重合时，此公式不成立
   b. 斜率公式与两点的顺序无关
   c. 当两条直线相互垂直时，其斜率的乘积为-1

2. 截距：直线l与y轴交点$(0, b)$的纵坐标b叫做直线l在y轴上的截距；直线l与x轴的交点$(a, 0)$的横坐标a叫做直线l在x轴上的截距。

3. 直线方程式的形式：

名称	方程
点斜式	$y - y_0 = m(x - x_0)$
斜截式	$y = mx + c$
两点式	$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
截距式	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
一般式	$Ax + By + C = 0$

4. 两条直线的交点坐标

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$$

若方程组有唯一解，则两条直线相交，此解就是交点坐标；若方程组无解，则两条直线无公共点，此时两直线平行。

5. 距离公式：

两点之间的距离

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

点到直线的距离

$$d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$$

两条平行线之间的距离

$$d = \left|\frac{C_1 - C_2}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$$

级数与数列

1. 等差数列：一般地，如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的差等于同一个常数，那么这个数列就叫等差数列。这个常数就是公差，通常用字母d表示。

$$a_n = a + (n - 1)d$$
$$a_n = a_m + (n - m)d$$
$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m}(n \neq m)$$

等差数列求和公式：

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

等差数列的巧设项方法：
若已知 3 个数成等差数列，可设$a - d$，a，$a + d$。若已知 4 个数成等差数列，可设$a - 3d$，$a - d$，$a + d$，$a + 3d$。

等差中项：
由三个数a，A，b组成的等差数列可以看成最简单的等差数列。这时，A叫做与的等差中项。此时，$a + b = 2A$，$A = \frac{a+b}{2}$。

2. 等比数列：一般地，如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的比等于同一常数，那么这个数列就叫做等比数列，这个常数叫做等比数列的公比，用字母r表示。

$$a_n = ar^{n-1}$$
$$a_n = a_m r^{n-m}$$

等比数列求和公式：

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}$$

3. 数列求和方法：

a. 公式法

$$\sum_{k=1}^{n} k=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

b. 倒序相加法

c. 错位相减法

$$S_n=a_1b_1+a_2b_2+\ldots+a_nb_n$$
$$rS_n=a_1b_2+a_2b_3+\ldots+a_{n-1}b_n+a_nb_{n+1}$$
$$(1-r)S_n=a_1b_1+d(b_2+b_3+\ldots+b_n)-a_nb_{n+1}$$

在两式作差（错位相减）时，若公比大于 1 时，在用S_n-rS_n求解S_n时，切勿漏除负号。

d. 裂项相消法

例子：求解$\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{n(n+2)}$

先利用部分分式法分解$\frac{2}{n(n+1)}$

令$\frac{2}{n(n+2)}=\frac{A}{n}+\frac{B}{n+2}$

同分母得，$2=A(n+2)+Bn$

当$n=0, A=1$

当$n=-2, B=-1$

因此，$\frac{2}{n(n+2)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}$

得$\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{n(n+2)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n}-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+2}$

简化得$\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{n(n+2)}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}-\ldots-\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}$

正负数相消得

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{n(n+2)}=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}$$

在用裂项相消法求数列的和时，要清楚消去了那些项，保留了那些项，不要多消了。正负数相消之后，保留的项就是答案。

不等式

1. 一元二次不等式：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的不等式。

解法：解一元二次不等式时，若二次项系数为负，则先将一元二次不等式化成正数、右边为 0 的形式．然后再求解。

$b^2-4ac>0$	$b^2-4ac=0$	$b^2-4ac<0$
两个不相等的实根	两个相等的实根	没有实数根

例子：

$(x-a)(x-b)^2(x-c)\geq 0(a<b<c)$的解集为$\{x|x\leq a$ 或$x=b$或 $x\geq c\}$。

（注意：先将每个因式中 x的系数化为正数，“穿根”一般是按照从右到左、从上往下的顺序，x轴上方为正，下方为负）

2. 基本不等式：$\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}(a>0,b>0)$，当且仅当$a=b$时等号成立。我们称这种不等式为基本不等式。其中，把$\frac{a+b}{2}$叫做正数a，b的算术平均数，把$\sqrt{ab}$叫做正数a，b的几何平均数。

$$\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}\leq\sqrt{ab}\leq\frac{a+b}{2}\leq\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

$$ab\leq\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\leq\frac{a^2+b^2}{2}$$

$$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geq 2(ab>0)$$

当且仅当$a=b$时等号成立。