

代数:

**函数概念**

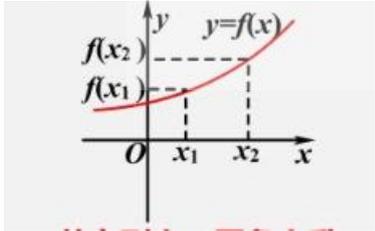
1. 定义域: 使得函数关系式有意义的实数的全体构成集合。

注意事项:

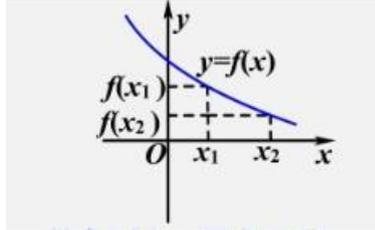
- a. 分式的分母不为 0
- b. 偶次方根的被开方数大于等于 0
- c. 零次幂的底数不为 0
- d. 实际问题对自变量的限制
- e. 若函数由几个式子构成, 求其定义域时要满足各式子都有意义 (取“交集”)

2. 值域: 对于函数  $y = f(x)$ ,  $x \in A$ , 与  $x$  的值相对应的  $y$  值叫函数值, 函数值的集合  $\{f(x) | x \in A\}$  叫函数的值域。

3. 增函数和减函数的定义

增函数	
定义	一般的, 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $I$ , 如果对于定义域 $I$ 内某个区间 $D$ 上的任意两个自变量的值 $x_1, x_2$ 。当 $x_1 < x_2$ , 都有 $f(x_1) < f(x_2)$ , 那么就说函数 $f(x)$ 在区间 $D$ 上是增函数。
图像	 <p>自左向右看图像是上升的</p>

减函数	
定义	一般的, 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $I$ , 如果对于定义域 $I$ 内某个区间 $D$ 上的任意两个自变量的值 $x_1, x_2$ 。当 $x_1 > x_2$ , 都有 $f(x_1) > f(x_2)$ , 那么就说函数 $f(x)$ 在区间 $D$ 上是减函数。

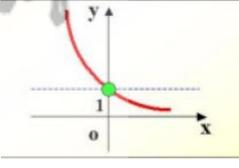
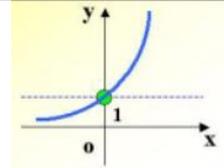
图像	 <p>自左向右看图像是下降的</p>
----	---

4. 奇函数和偶函数

- a. 奇函数: 如果对于函数  $f(x)$  的定义域内任意一个  $x$ , 都有  $f(-x) = -f(x)$ , 那么函数  $f(x)$  就叫做奇函数。
- b. 偶函数: 如果对于函数  $f(x)$  的定义域内任意一个  $x$ , 都有  $f(-x) = f(x)$ , 那么函数  $f(x)$  就叫做偶函数。

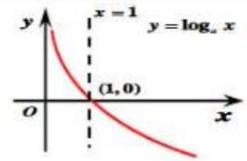
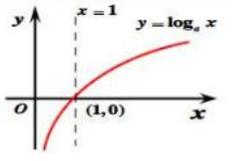
**对数与指数**

1. 指数函数: 一般地, 函数  $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$  叫做指数函数, 其中  $x$  是自变量, 函数的定义域是  $R$ 。

解析式	$y = a^x (0 < a < 1)$	$y = a^x (a > 1)$
图像		
定义域	$R$	
值域	$(0, +\infty)$	
性质	在 $R$ 上是减函数	在 $R$ 上是增函数

- a. 当底数  $a$  大小不确定时, 必须分  $0 < a < 1$  和  $a > 1$  两种情况讨论指数函数的图像和性质
- b. 在第一象限, 当  $a > 1$  时,  $a$  的值越大, 指数函数的图像越靠近  $y$  轴; 当  $0 < a < 1$  时,  $a$  的值越小, 指数函数的图像越靠近  $x$  轴;
- c. 指数函数的图像都经过点  $(0, 1)$ , 且图像都在  $x$  轴上方。

2. 对数函数：一般地，函数  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 叫做对数函数，其中  $x$  是自变量，函数的定义域是  $(0, +\infty)$ 。

解析式	$y = \log_a x$ ( $0 < a < 1$ )	$y = \log_a x$ ( $a > 1$ )
图像		
定义域	$(0, +\infty)$	
值域	$\mathbb{R}$	
性质	在 $(0, +\infty)$ 上是减函数	在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

在第一象限， $a$  的值越大，对数函数的图像越靠近  $x$  轴；当  $a$  的值越小， $d$  对数函数的图像越靠近  $y$  轴

3. 对数与指数的关系：当  $a > 0$ ，且  $a \neq 1$  时， $a^x = N \leftrightarrow x = \log_a N$ 。  
对数恒等式： $a^{\log_a N} = N$  ( $a > 0, a \neq 1, N > 0$ )

负数和零没有对数  
 $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$

4. 对数的运算性质与换底公式：  
 $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$   
 $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$   
 $\log_a x^n = n \log_a x$  ( $n \in \mathbb{R}$ )

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

## 反函数

1. 如果  $f(x) \rightarrow y$  是一个将  $x$  映射到  $y$  的函数，则它的反函数记为  $f^{-1}$ 。反函数是一个函数，它是将  $y$  映射回  $x$  的函数。

$$ff^{-1}(x) = f^{-1}f(x) = x$$

2.  $f^{-1}$  的图形是图形  $f$  在直线  $y = x$  上的反射图。