代数：

排列与组合

1. 排列：一般地，从n个元素中取出$m(m \leq n)$个元素，按照一定的顺序排成一列，叫做从n个不同元素中取出m个元素的一个排列。用符号P_m^n表示。

公式：

$$P_m^n = n(n-1)(n-2)\ldots(n-m+1)$$

$$P_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$$

全排列：n个不同元素全部取出的一个排列，叫做n个元素的全排列。这时排列数公式中$m = n$，因此

$$P_n^n = n(n-1)(n-2)\ldots(2)(1) = n!$$

阶乘：正整数 1 到n的连乘积叫做n的阶乘，用n！表示。同时，我们规定 0！ $= 1$。

性质：

$$P_m^n = nP_{m-1}^{n-1}$$

$$P_m^n = mP_{m-1}^{n-1} + P_m^{n-1}$$

2. 排列的应用问题：

➢ **一般排列问题的应用**

解简单的排列应用问题，首先必须分析题意，看能把问题归纳为排列问题，即是否有顺序，如果是再进一步分析n个不同的元素是指什么以及从n个不同的元素任取m个元素的每一种排列对应着什么事情，最后再应用排列数公式求解。

➢ **有限制条件的排列问题**

在解有限制条件的排列应用题时，要从分析入手，先分析限制条件有那些，那些是特殊元素，那些是特殊位置，识别是那种类型，基本思路有：

a) **优先排列法**：若有特殊元素或特殊位置，通常优先安排特殊元素或特殊位置，即特殊位置、特殊元素应优先考虑。

b) **相邻问题捆绑法**：某些元素要求必须相邻时，可以先将这些元素看成一个整体，与其他元素排列后，再考虑相邻元素的内部排序。

c) **不相邻问题插空法**：某些元素要求不相邻时，可以先安排其他元素，再将这些不相邻的元素插入空位。

3. 组合：一般地，从n个元素中取出$m(m \leq n)$个元素合成一组，叫做从n个不同元素中取出m个元素的一个组合。用符号C_m^n表示。

公式：

$$C_m^n = \frac{P_m^n}{P_m^m} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-m+1)}{m!}$$

$$C_m^n = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

同时，我们规定$C_0^n = 1$。

性质：

$$C_m^n = C_{n-m}^n$$

$$C_m^{n+1} = C_n^m + C_{m-1}^n$$

$$C_0^n + C_1^n + C_2^n + \ldots + C_n^n = 2^n$$

4. 组合的应用问题：

➢ **无限制条件组合问题**

只需按照组合的定义，直接找出组合数即可，注意分清元素的总数及取出元素的个数。

➢ **有限制条件组合问题**

基本的方法是“直接法”和“间接法”（排除法）。其中用直接法时，则应坚持特殊元素优先选取，再安排其他元素选取，而间接法的原则是“正难则反”，既是从反面问题入手。

5. 排列组合的综合问题
   - 首先要认真审题，把握好问题的实质，分清楚是排列还是组合问题，要按元素性质确定分类的标准，按事情的发生过程确定顺序。
   - 解排列、组合的综合问题的一般思路是“先选后排”，也就是先把符合题意的元素都选出来，再对元素的位置进行排列。

6. 排列组合的差异
   - 共同点：都是从n个元素中取出$m(m \leq n)$个元素
   - 不同点：组合与元素的顺序无关，排列与元素的顺序有关。