

代数:

函数概念

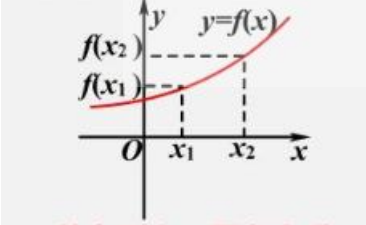
1. 定义域: 使得函数关系式有意义的实数的全体构成集合。

注意事项:

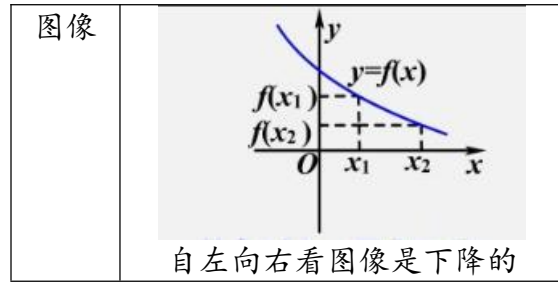
- a. 分式的分母不为 0
- b. 偶次方根的被开方数大于等于 0
- c. 零次幂的底数不为 0
- d. 实际问题对自变量的限制
- e. 若函数由几个式子构成, 求其定义域时要满足各式子都有意义 (取“交集”)

2. 值域: 对于函数 $y = f(x)$, $x \in A$, 与 x 的值相对应的 y 值叫函数值, 函数值的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ 叫函数的值域。

3. 增函数和减函数的定义

增函数	
定义	一般的, 设函数 $f(x)$ 的定义域为 I , 如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1, x_2 。当 $x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 那么就说函数 $f(x)$ 在区间 D 上是增函数。
图像	 <p>自左向右看图像是上升的</p>

减函数	
定义	一般的, 设函数 $f(x)$ 的定义域为 I , 如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1, x_2 。当 $x_1 > x_2$, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 那么就说函数 $f(x)$ 在区间 D 上是减函数。

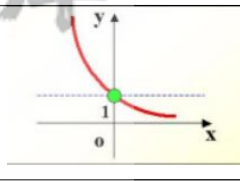
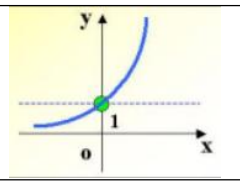


4. 奇函数和偶函数

- a. 奇函数: 如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x , 都有 $f(-x) = -f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数。
- b. 偶函数: 如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x , 都有 $f(-x) = f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做偶函数。

对数与指数

1. 指数函数: 一般地, 函数 $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 叫做指数函数, 其中 x 是自变量, 函数的定义域是 R 。

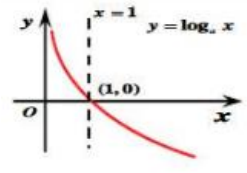
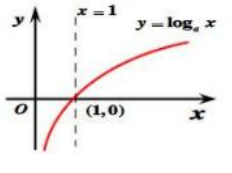
解析式	$y = a^x (0 < a < 1)$	$y = a^x (a > 1)$
图像		
定义域	R	
值域	$(0, +\infty)$	
性质	在 R 上是减函数	在 R 上是增函数

- a. 当底数 a 大小不确定时, 必须分 $0 < a < 1$ 和 $a > 1$ 两种情况讨论指数函数的图像和性质
- b. 在第一象限, 当 $a > 1$ 时, a 的值越大, 指数函数的图像越靠近 y 轴; 当 $0 < a < 1$ 时, a 的值越小, 指数函数的图像越靠近 x 轴;
- c. 指数函数的图像都经过点 $(0, 1)$, 且图像都在 x 轴上方。

2. 对数函数：一般地，函数 $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) 叫做对数函数，其中 x 是自变量，函数的定义域是 $(0, +\infty)$ 。

$$ff^{-1}(x) = f^{-1}f(x) = x$$

2. f^{-1} 的图形是图形 f 在直线 $y = x$ 上的反射图。

解析式	$y = \log_a x$ ($0 < a < 1$)	$y = \log_a x$ ($a > 1$)
图像		
定义域	$(0, +\infty)$	
值域	\mathbb{R}	
性质	在 $(0, +\infty)$ 上是减函数	在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

在第一象限， a 的值越大，对数函数的图像越靠近 x 轴；当 a 的值越小， d 对数函数的图像越靠近 y 轴

3. 对数与指数的关系：当 $a > 0$ ，且 $a \neq 1$ 时， $a^x = N \leftrightarrow x = \log_a N$ 。
对数恒等式： $a^{\log_a N} = N$ ($a > 0, a \neq 1, N > 0$)

负数和零没有对数
 $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$

4. 对数的运算性质与换底公式：
 $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
 $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
 $\log_a x^n = n \log_a x$ ($n \in \mathbb{R}$)

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

反函数

1. 如果 $f(x) \rightarrow y$ 是一个将 x 映射到 y 的函数，则它的反函数记为 f^{-1} 。反函数是一个函数，它是将 y 映射回 x 的函数。