

第十章 变数法

正变

$$y \propto x; y = kx$$

例子

若 y 依 x 而正变, 且 $x = 5$ 时, $y = 30$, 问 $x = 15$, y 的值是多少?

$$y \propto x; y = kx$$

$$x = 5, y = 30$$

$$y = kx$$

$$30 = k(5)$$

$$k = 6$$

$$x = 15$$

$$y = kx$$

$$y = 6(15) = 90$$

练习

1. 若 $y \propto x$, $x = 4$ 时, $y = 6$. 求

i. $x = 3$, $y = ?$

ii. $y = 5$, $x = ?$

2. $y \propto x^2$, 当 $x = 6$, $y = 81$

i. $x = 1/3$, $y = ?$

ii. $y = 36$, $x = ?$

3. $v \propto d^2$, $d = 2$, $v = 24$, 若 $d = 3$, $v = ?$

4. 已知 $y \propto x$, 当 $x = -3$, $y = \frac{3}{4}$, 求 $x = 2$, $y = ?$

5. 若 $y \propto x^3$, 当 $x = -2$ 时, $y = -24$, 当 $x = 4$, $y = ?$

反变

$$y \propto \frac{1}{x}; y = \frac{k}{x}$$

例子

已知 $y \propto \frac{1}{x}$, 若 $x = 3$ 时, $y = 2$

$$y \propto \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{k}{x}$$

$$2 = \frac{k}{3}$$

$$k = 6$$

$$x = 4, k = 6$$

$$y = \frac{k}{x} = \frac{6}{4} = 1.5$$

练习

1. 若 $y \propto \frac{1}{x^2}$, 当 $x = 3$ 时, $y = 1/3$, 求

i. 当 $x = 6$, $y = ?$

ii. 当 $y = 0.75$, $x = ?$

2. 若 $y \propto \frac{1}{x+1}$, 当 $x=2$ 时, $y = 4$, 求

i. $x = 5$, $y = ?$

ii. $y = 12$, $x = ?$

3. 若 $y \propto \frac{1}{x-3}$, 当 $x=7$ 时, $y = 5$, 求 $x = 5$, $y = ?$

4. $y \propto \frac{1}{x}$, 已知 $x = 3$ 时 $y = 10$, 求 $x = 5$, $y = ?$

5. 若 $y \propto \frac{1}{x^2}$, 当 $y = 4$, $x = 9$, 求 $y = 36$ 时, $x = ?$

联变

i. $z \propto xy$

$$z = kxy$$

ii. $z \propto \frac{x}{y}$

$$z = \frac{kx}{y}$$

iii. $z \propto \frac{1}{xy}$

$$z = \frac{k}{xy}$$

练习

1. 若 $y \propto x^2$ 及当 $x = 2$ 时, $y = 20$,

i. 求将 x 和 y 联系起来的方程

ii. 由此, 求当 $x = 10$ 时 y 的值

2. 若 y 随 x 的平方根而反变及当 $x = 4$ 时, $y = 4$,

i. 求将 x 和 y 联系起来的方程

ii. 由此, 求当 $x = 3$ 时 y 的值

3. 已知 y 与 x^2 成正比。若 x 增加 20%, 求 y 的百分增减。

4. 已知 y 随 x^2 而反变。若 x 增加 20%，求 y 的百分增减。

5. P 随 x 及 y^2 而联变。当 $x = 1$ 及 $y = 2$ 时， $P = 36$ 。求

i. 变数法常数

ii. 当 $P = 27$ 及 $y = 3$ 时 x 的值

6. P 随 x 正变及 y 的平方而反变。当 $x = 9$ 及 $y = 3$ 时， $P = 6$ 。求

i. 变数法常数

ii. 当 $P = 18$ 及 $y = 1$ 时 x 的值

7. 已知 y 的其中一部分随 x 正变，而另一部分随 x^2 反变。当 $x = 1$ 时， $y = 7$ ；当 $x = 2$ 时， $y = 18$

i. 试以 x 表示 y

ii. 求当 $x = 3$ 时 y 的值

8. 已知 y 的其中一部份固定不变，而另一部份则随 x^2 而正变。当 $x = 1$ 时， $y = 9$ ；当 $x = 2$ 时， $y = 24$

i. 试以 x 表示 y

ii. 求当 $x = 3$ 时 y 的值

9. 变量 t 是两部份的和。其中一部份随 \sqrt{x} 而正变，而另一部份则随 $\sqrt[3]{u}$ 而反变。当 $x = 4$ ， $u = 1$ 时， $t = 4$ ；当 $x = \frac{1}{81}$ ， $u = -27$ 时， $t = 1$ 。求

i. 代表变量 t 的方程

ii. 当 $x = 25$ 及 $u = \frac{1}{125}$ 时 t 的值

10. i. 若 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{5a+3b}{x} = \frac{2a-5b}{y}$ ，求 x 及 y 的值

ii. 若 $\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{4a+4b-3c}{x} = \frac{7a-3b+4c}{y}$ ，求 x 及 y 的值

11. 液体 X 含有 25% 的纯酒精而液体 Y 则含有 75% 的纯酒精。当 m 公升 X 与 n 公升 Y 混合时，混合物含有 35% 的纯酒精。

i. 求 m 与 n 的比

ii. 若将 40 公升水加入该混合物中，混合物含有 30% 纯酒精。求 m 和 n 的值

12. 将茶叶 X 和茶叶 Y 按重量以 $a:b$ 的比混合。 X 的成本价是 \$20/kg 而 Y 的成本价是 \$50/kg。若 X 的成本价增加 50%， Y 的成本价减少 10%，而混合茶叶的成本价保持不变，求 $a:b$ 。

13. 工人 5 名, 5 天工资 RM1000,问 7 人需要多少天得工资 RM 1400?

14. 电线的电阻依其长度而正变, 依其横截面积的直径而反变, 已知 $L = 100\text{m}$, $d = 1\text{mm}$, $R = 560\Omega$, 求 $R = 700\Omega$, $L = 150\text{mm}$, $d = ?$

15. 已知质量的气体在固定温度下, 其压力 p 和体积 v 可用波义耳定律表示 $k = pv$
当 $v = 40$, $p = 51$, 当 $v = 50$, $p = ?$



SJUEC.COM