

第二章 自然数的性质

- 偶数：能被 2 整除
- 奇数：不能被 2 整除
- 因数：一整数被另一整数整除,后者即是前者的因数
- 约数：如果一个整数能被另一个整数整除，那么第二个整数就是第一个整数的约数。约数是有限的，一般用最大公约数

例子

$$\begin{aligned}100 &= 1 \times 100 \\ &= 2 \times 50 \\ &= 4 \times 25 \\ &= 5 \times 20 \\ &= 10 \times 10\end{aligned}$$

- 质数：就是在所有比 1 大的整数中，除了 1 和它本身以外，不再有别的约数，这种整数叫做质数或素数，例如 2, 3, 5, 7.....
- 合数：能被其他自然数整除
- 注意！**1 不是质数也不是合数**

题型 1

- 质因数：每个合数都可以写成几个质数相乘的形式，这几个质数都叫做这个合数的质因数。

例子

求 2310 质因数的连乘积

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2310} \\ \underline{4620} \\ 5 \overline{) 1155} \\ \underline{2310} \\ 3 \overline{) 231} \\ \underline{77} \\ 7 \overline{) 77} \\ \underline{77} \\ 11 \end{array}$$

$$\text{质因数} = 2 \times 5 \times 3 \times 7 \times 11$$

练习

1. 求以下质因数的乘积

- 2916
- 1584
- 1728
- 344
- 221

题型 2

- 公因数和最大公因数

例子

求 240 和 462 的最大公因数

$$\begin{array}{r|l} 2 & 240, 462 \\ \hline 3 & 120, 231 \\ \hline & 40, 77 \end{array}$$

$$\text{HCF} = 2 \times 3 = 6$$

练习

- $2^4 \times 3, 2^3 \times 3^2, 2^2 \times 3 \times 7$
- $2^3 \times 3^2 \times 5^4, 3^2 \times 5^3, 2 \times 3^3 \times 5^5$
- $2^4 \times 3, 3^2 \times 2^3, 2^2 \times 3 \times 7$
- $3^2 \times 5, 3 \times 5^2, 2^2 \times 3^2 \times 5$
- $3 \times 5, 3 \times 5^2, 3 \times 7$

题型 3

- 公倍数和最小公倍数

例子

求 30 和 50 之间的最小公倍数

$$\begin{array}{r|l} 3 & 30, 50 \\ \hline 10 & 10, 50 \\ \hline 5 & 1, 5 \\ \hline & 1, 1 \end{array}$$

$$\text{LCM} = 3 \times 10 \times 5 = 150$$

SJUEC.COM

例子

除以 5, 12 和 15 都余 2 的最小公倍数

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5, 12, 15 \\ \hline 3 & 1, 12, 3 \\ \hline 4 & 1, 4, 1 \\ \hline & 1, 1, 1 \end{array}$$

$$\text{LCM} = 5 \times 3 \times 4 = 60$$

$$\text{最小公倍数} = 60 + 2 = 62$$

练习

- 求 45, 60, 75 的最小公倍数
- 两数的 HCF 和 LCM 分别是 12 和 120。已知其中一数是 24, 求另一个数。
- 设 26, 40, 104 三数的 HCF 为 α , LCM 为 β , 则 $\frac{\beta}{\alpha}$?
- 三数的 HCF 和 LCM 分别是 8 及 $2^4 \times 3 \times 7$ 。已知两数为 16 与 24, 求第三数。
- 两个数的 HCF 和 LCM 分别是 4 和 252, 若其中一个数是 36, 求另一数。

题型 4 应用题

1. 实验小学同学参加跳绳比赛, 按 6 人、8 人编组, 正好编完, 参加比赛的同学最少是多少人?
2. 有两根钢管, 一根长 42 分米, 另一根长 63 分米, 现在要把它们锯成同样长的小段, 每段钢管要尽可能长, 且没有剩余, 每段长多少分米? 一共能锯成几段?
3. 把 46 块水果糖和 38 块巧克力分别平均分给一个组的同学, 结果水果糖剩一块, 巧克力剩 3 块, 你知道这个组最多有几位同学吗?
4. 甲、乙两人到图书馆去借书, 甲每 6 天去一次, 乙每 8 天去一次, 如果 4 月 2 日他们在图书馆相遇, 那么下一次都到图书馆是几月几日?
5. 有一两邻边长分别为 280m 360m 的平行四边形公园, 此公园的四个角落各种了一棵树, 若要在四颗树之间, 按相等的距离安装路灯且数量要最少, 则两路灯之间的距离为几 m? 共需要几盏路灯?
6. A、B、C 三人在同一水池的周围散步, 走完池的一周, A 需时 8 分钟, B 需 12 分钟, C 需 16 分钟。若三人同时在池边同一地点出发, 试问最少多少分钟后, 三人再次在出发点相会?
7. 斯利与他的双亲三人岁数乘积是 4495, 若他父亲的年龄最大, 问他父亲的岁数是多少?
8. 求一个最小的整数, 当它除以 10, 15 和 18 时余都是 5。
9. A,B,C 三人分别每 6 个月, 每 4 个月, 每 3 个月出席一次会议。若这三人在 1997 年 1 月会议上相遇后, 问何时又会再度见面?
10. 求一最大自然数, 它能整除 48 与 80。

题型 5 可除性

- I. 凡偶数 0、2、4、6、7 都能被 2 除
- II. 能被 3 整除条件: 各位数之和能 $\div 3$
例子 8214
 $8 + 2 + 1 + 4 = 15, 15 \div 3 = 5$ (无余数)
- III. 末两位数能被 4 整除
例子 316
 $16 \div 4 = 4$ (无余数)
- IV. 凡各位数 0 或 5 都能被 5 整除
- V. 凡末三位数能被 8 整除
例子 3008 (无余数)
- VI. 能被 9 整除条件
各位数之和能 $\div 9$
例子 9396
 $9 + 3 + 9 + 6 = 27$
 $27 \div 9 = 3$ (无余数)

VII. 奇位数之和和偶位数之和之差为 0 或 11, 能被 11 整除

例子 819027

$$(8 + 9 + 2) - (1 + 0 + 7) = 11$$

练习

一下哪一个数能被 11 整除？

- a. 15561
- b. 56433
- c. 73522
- d. 81829
- e. 90427

