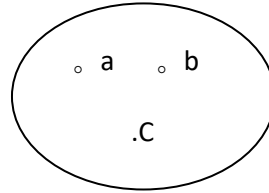


## 第七章 集合

### 题型 1 表示法

- 枚举法 (表列式)
  - 集合  $D$  是 8 和 12 的公因数  
 $D = \{1, 2, 4\}$
- 性质定义法(结构式)
  - 例子  $A = \{x \mid x > 5, x \in \mathbb{N}\}$ , 意思是  $x$  大于 5 且是自然数
- 范恩图
  - 例子 集合  $B = \{a, b, c\}$



### 练习

1. 用列举法表示下列集合：
    - a. 绝对值小于 4 的非正的整数 .
    - b. 所有的正偶数 .
    - c.  $a-b$ ,  $a+b$ ,  $a^2+b^2$  .
  2. 用描述法表示下列集合 .
    - a. 平方等于 1 的数 .
    - b. 方程  $x^2-3x+2=0$  的解 .
    - c. 抛物线  $y=x^2$  上的点 .
  3. 下列对象是否能确定一个集合：
    - a. 全体大于 10 的自然数 ;
    - b. 与 1 接近的实数.
  4. 用“ $\in$ ”、“ $\notin$ ”填空：
    - a.  $-3$  \_\_\_  $\mathbb{N}$  ;
    - b.  $0.5$  \_\_\_  $\mathbb{Z}$  ;
    - c.  $3$  \_\_\_  $\mathbb{N}$  ;
    - d.  $-0.2$  \_\_\_  $\mathbb{Q}$  ;
    - e.  $-5$  \_\_\_  $\mathbb{Z}$  ;
    - f.  $\pi$  \_\_\_  $\mathbb{R}$  .
- 答案：1 . (1) 是 ; (2) 不是 . 2 .  $\notin$  ;  $\notin$  ;  $\in$  ;  $\in$  ;  $\in$  ;  $\in$  .
5. 用列举法表示下列集合:
    - a. 方程  $x^2 - 3x - 4 = 0$  的解集 ;
    - b. 正偶数集合 ;
    - c. 1,4,9,16,25 所组成的集合 ;
    - d. 奇数集合.

答案：(1)  $\{-1, 4\}$  ; (2)  $\{2, 4, 6, \dots, 2n, \dots\}$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$  ;  
 (3)  $\{1, 4, 9, 16, 25\}$  ; (4)  $\{2n-1\}$ ,  $n \in \mathbf{Z}$  .

6. 用描述法表示下列集合:

- 方程  $x^2 - 3x - 4 = 0$  的解集 ;
- 正偶数集合 ;
- 1, 4, 9, 16, 25 所组成的集合 ;
- 奇数集合.

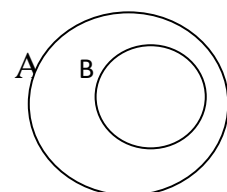
答案：(1)  $\{x | x^2 - 3x - 4 = 0\}$  ; (2)  $\{x | x = 2n, n \in \mathbf{N}^*\}$  ; (3)  $\{x | x = n^2, n \in \mathbf{N}^*, n \leq 5\}$  ;  
 (4)  $\{x | x = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$ .

7. 试以表列

- $A = \{x | x \text{ 是小于 } 10 \text{ 的质数}\}$
- $E = \{x | x \text{ 是 } 210 \text{ 的质因数}\}$
- 若  $M = \{x | 1 \leq x \leq 8 \text{ 且 } x \text{ 与 } 8 \text{ 的最大公约数是 } 1\}$ , 求  $n(M)$

题型 2 集合之间的关系

- 空集  $\phi$  或  $\{\}$ 
  - 注意： $\{0\}$  不是空集，因为 0 是一个元素
  - $\phi$  不等于  $\{\phi\}$
  - $\phi$  是空集
  - 注意： $\{\phi\}$  集合内含元素  $\phi$
- 子集 Subset,  $C$ 
  - 总共的自己算法： $2^n$
  - $A = \{a, b\}$
  - 子集  $A = \{\}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$ ,  $n(A) = 2^2 = 4$
- 等集 equal set
  - 集合  $A =$  集合  $B$
  - 例子  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 2, 1\}$



B 是 A 的子集

- 相离集 disjoint set
  - 没有任何共同元素的两个集合

练习

1. 集合{a, b}的子集有( )

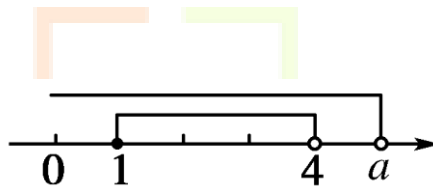
2. 集合  $B = \{a, b, c\}$ ,  $C = \{a, b, d\}$ , 集合  $A$  满足  $A \subseteq B$ ,  $A \subseteq C$ . 则集合  $A$  的个数是\_\_\_\_\_.

【解析】 若  $A = \emptyset$ , 则满足  $A \subseteq B$ ,  $A \subseteq C$ ; 若  $A \neq \emptyset$ , 由  $A \subseteq B$ ,  $A \subseteq C$  知  $A$  是由属于  $B$  且属于  $C$  的元素构成, 此时集合  $A$  可能为  $\{a\}$ ,  $\{b\}$ ,  $\{a, b\}$ .

【答案】 4

3. 已知集合  $A = \{x | 1 \leq x < 4\}$ ,  $B = \{x | x < a\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值集合.

【解析】



将数集  $A$  表示在数轴上(如图所示), 要满足  $A \subseteq B$ , 表示数  $a$  的点必须在表示 4 的点处或在表示 4 的点的右边, 所以所求  $a$  的集合为  $\{a | a \geq 4\}$ .

4. 集合  $A = \{x | 0 \leq x < 3 \text{ 且 } x \in \mathbb{Z}\}$  的真子集的个数是( )

A . 5 B . 6

C . 7 D . 8

【解析】 由题意知  $A = \{0, 1, 2\}$ , 其真子集的个数为  $2^3 - 1 = 7$  个, 故选 C.

5. 已知集合  $A = \{-1, 3, 2m - 1\}$ , 集合  $B = \{3, m^2\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 则实数  $m =$ \_\_\_\_\_.

【解析】  $\because B \subseteq A, \therefore m^2 = 2m - 1$ , 即  $(m - 1)^2 = 0 \therefore m = 1$ , 当  $m = 1$  时,  $A = \{-1, 3, 1\}$ ,  $B = \{3, 1\}$  满足  $B \subseteq A$ .

【答案】 1

6. 已知  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，求所含的子集个数

7. 若  $\{x + y, 9, 7, 6\} = \{9, x - y, 7, 8\}$  求  $x$  与  $y$  之值

8. 若  $n[P(A)] = 32$ ,  $n(A)$  是多少？

9. 若  $\{3y, 4y\} \subset \{4, 5, 6, 7, 8\}$ , 则  $y = ?$

10. 若  $A = \{x \mid x \text{ 是 } 300 \text{ 的质因数}\}$ , 问  $A$  有多少个子集？

