

# 单元 1 一元二次方程式

标准式:  $ax^2 + bx + c = 0$

解方一元二次程式的三种解法:

- ① 因式分解 ② 配方法 (完全平方法) ③ 公式法

一元二次方程式的根的判别式

根的判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- ① 当  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$  时, 方程式有两个相异的实根  
② 当  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$  时, 方程式有两个相等的实根  
③ 当  $\Delta = b^2 - 4ac < 0$  时, 方程式无实根  
④ 当  $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$  时, 方程式有实根 (相等或者相异的跟)

如果  $x$  轴是曲线  $y = x^2 - mx^2 + 8x + 3$  的切线, 求  $m$  的值。

A  $-\frac{13}{3}$

B  $-\frac{3}{13}$

C  $\frac{3}{13}$

D  $\frac{13}{3}$

E 13

已知二次函数  $y = 3x^2 - 6(k+1)x + (k+5)$  的图像与  $x$  轴没有交点，求  $k$  的取值范围。

A  $-2 < k < \frac{1}{3}$

B  $-\frac{1}{3} < k < 2$

C  $k < -2$  或  $k < \frac{1}{3}$

D  $k < -2$  或  $k > \frac{1}{3}$

E  $k < -\frac{1}{3}$  或  $k > 2$

如果方程式  $x^2 + (k+1)x + k^2 - 5 = 0$  的根为实数，试求  $k$  可能取的值。

(2%)

## 一元二次方程的根与系数的关系

设  $\alpha$  和  $\beta$  为方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的解, 则

两根之和 (SOR)  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

两根之积 (POR)  $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

如果  $8x^2 - 6x - a - 3 = 0$  的一个根为另一个根的平方, 那么  $a = ?$

- A 2, 24      B  $-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$       C -2, 0      D -4, 24      E -4, 0

若  $\alpha$  及  $\beta$  是方程式  $x^2 - 2x - 1 = 0$  的两个根, 求  $\alpha^3 + \beta^3$  的值。

- A 14      B 10      C 4      D -2      E -8

若方程式  $3x^2 + bx + 5 = 0$  的两根的和等于它的两根的积的两倍。求  $b$  的值。

- A  $-\frac{5}{3}$       B  $-\frac{10}{3}$       C -5      D -10      E -15

若方程式  $x^2 + ax + b = 0$  的一根是另一根的两倍，求  $a$  与  $b$  的关系。

- A  $2a^2 = 5b$     B  $a^2 = 5b$     C  $a^2 = 8b$     D  $a^2 = 9b$     E  $2a^2 = 9b$

已知方程式  $2x^2 - 7x + 4 = 0$  的两个根是  $\alpha$  及  $\beta$ 。求一个系数为整数的方程式，它的两个根是  $\frac{\alpha}{\beta}$  及  $\frac{\beta}{\alpha}$ 。

(4%)

如果方程式  $x^2 - 10x + 4 = 0$  有两个正根  $\alpha$  及  $\beta$ ，求  $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ 。

- A  $\sqrt{15}$     B  $\sqrt{14}$     C  $\sqrt{13}$     D  $\sqrt{10}$     E  $\sqrt{2}$

若 $\alpha$ 与 $3\alpha$ 是方程式 $3x^2 + kx + 81 = 0$ 的两个根，且 $\alpha$ 是一正数，试求 $\alpha$ 和 $k$ 的值。

(4%)

已知方程式 $2x^2 + 7x + k = 0$ 的两根之差为 $\frac{1}{2}$ ，求 $k$ 的值。

已知 $\alpha$ 及 $\frac{1}{\beta}$ 是方程式 $\beta x^2 + \alpha x - 9x + 2\alpha - 4 = 0$ 的二根，且 $\beta \neq 0$ ，求 $\alpha + \beta$ 的值。

A 4

B 5

C 6

D 7

E 8

已知两跟，组一元二次方程

$$x^2 - (\text{SOR})x + (\text{POR}) = 0$$

已知 $\alpha$ 及 $\beta$ 是方程式 $x^2 - 4px - 2 = 0$ 的两个根，求以 $\frac{1}{\alpha^2}$ 及 $\frac{1}{\beta^2}$ 为根的二次方程式。

A  $x^2 + (4p^2 + 1)x + 1 = 0$

C  $2x^2 - (8p^2 + 2)x + 1 = 0$

E  $4x^2 - (16p^2 + 4)x + 1 = 0$

B  $x^2 - (16p^2 + 4)x + 1 = 0$

D  $2x^2 + (16p^2 + 4)x + 1 = 0$

若 $\alpha$ 及 $\beta$ 是方程式 $2x^2 - 3x - 4 = 0$ 的二根，试求以 $\frac{3}{\alpha}$ 及 $\frac{3}{\beta}$ 为根的二次方程式。

(4%)

已知一元二次方程式  $4x^2 - 12x + 1 = 0$ 。若  $\alpha^2$  及  $\beta^2$  是其二根且  $\alpha, \beta > 0$ ，试求以  $\alpha$  及  $\beta$  为二根的一元二次方程式。 (3%)

已知  $\alpha > 0, \beta > 0$ ，且  $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{17}{4}$ ， $(\alpha - 1)(\beta - 1) = -\frac{1}{2}$ 。求以  $\alpha$  及  $\beta$  为根的一元二次方程式。 (5%)