

高中物理 (三)

静电学 (2): 电容

PPT 作者: 骆家豪
主讲: 骆家豪

电容器、电容

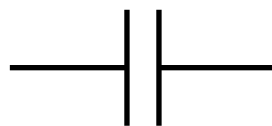
- 电容器 (capacitor): 由两个彼此绝缘且又互相靠近的导体所形成的电子元件。
- 两块正对的平行金属板之间距离很近而且彼此绝缘, 可形成一个简单的电容器: 平行板电容器 (parallel plate capacitor)。



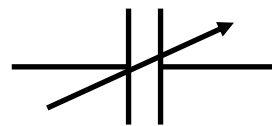
图片来源:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Capacitor#/media/File:Capacitors_\(7189597135\).jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Capacitor#/media/File:Capacitors_(7189597135).jpg)

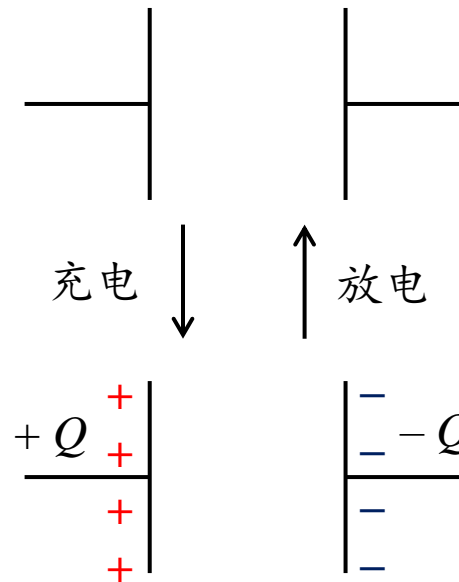
符号:



电容器



可变电容器



电容

- 电容器带有电荷量 Q 时，两极之间产生电势差 V 。
- 电容 (capacitance) (C): 两极板间的电势差增加 1 V 所需的电荷量。(单位: 法拉, Farad (F))

$$C = \frac{Q}{V} \quad \Rightarrow \quad Q = CV$$

- 电容除了可以以上述公式表达其大小，其形状和物理性质也可以表达此物理量：
 - 两极板间的距离 d 越大而 V 不变，根据公式 $E = \frac{V}{d}$ ，电场强度越弱，吸引的电荷越少。
 - 两极板间的面积 A 越大而 V 不变，则有更多空间储存电荷。

根据以上说明，电容器的电容与 d 成反比，但与 A 成正比。因此，电容的第二公式为

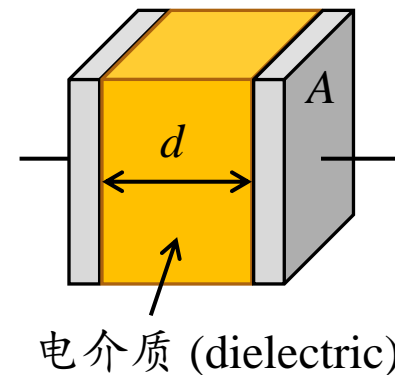
$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$$

ϵ_0 : 真空电容率

ϵ_r : 介电常量 (dielectric constant)

对于真空 / 空气, $\epsilon_r = 1$

\therefore 其他介质的 $\epsilon_r > 1$



- 若加在电容器两极上的电压超过击穿电压 (breakdown voltage) 后, 电介质将被击穿, 使电容器损坏。

例: 某个平板电容器的极板的面积皆为 50 cm^2 , 之间相距 8 mm 。1.5 kV 的电压施加在此电容器。求

(a) 电容器的电容;

(b) 电容器储存的电量。

(c) 若在极板间置放介电常数为 6 的云母, 且云母的两侧与极板贴近, 施加在此电容器的电压保持不变, 求

(i) 电容器的电容; (ii) 电容器储存的电量。

解:

$$(a) \quad C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 50 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-3}} = 5.53 \text{ pF}$$

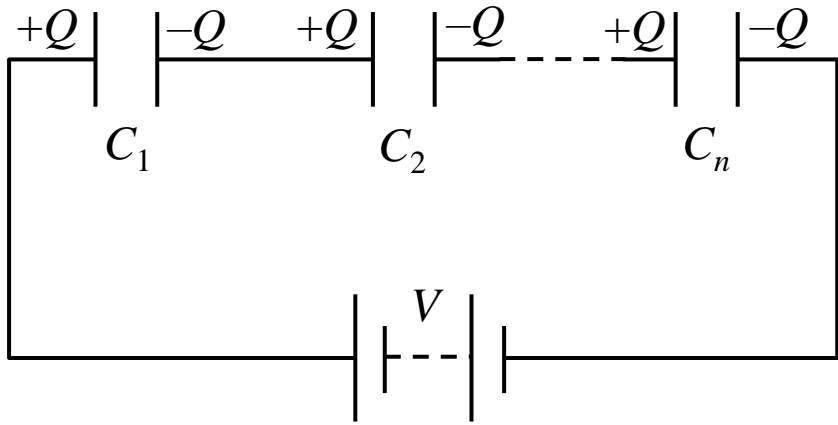
$$(b) \quad Q = CV = 5.53 \times 10^{-12} \times 1500 = 8.295 \text{ nC}$$

$$(c) (i) \quad C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} = \frac{6 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 50 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-3}} = 33.18 \text{ pF}$$

$$(ii) \quad Q = CV = 33.18 \times 10^{-12} \times 1500 = 49.77 \text{ nC}$$

电容器的连接

串联接法 (Series Connection)



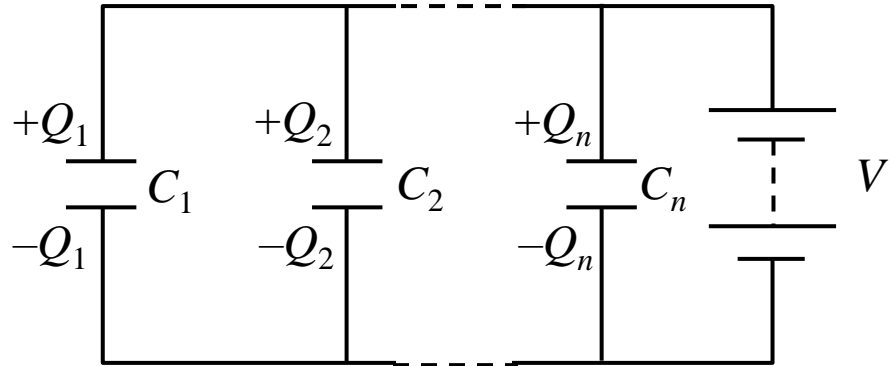
- 接上电压为 V 的电源后，由于起初整个电容器系统不带电，电容器 1 的左极板的自由电子先移至电容器 n 的右极板，使这两个极板分别带正负电荷量 $+Q$ 和 $-Q$ 。
- 起初电容器 1 的右极板和电容器 2 的左极板原本不带电，根据电荷守恒定理，电容器 2 的左极板电荷量为 $+Q$ ，电容器 1 的右极板电荷量为 $-Q$ 。以此类推，每个电容器的带电量皆为 Q 。

$$\because V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

设 $Q = CV$ ， C 为电容器组的等效电容， $\frac{Q}{C} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \dots + \frac{Q_n}{C_n}$

$$\because Q = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n, \therefore \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

并联接法 (Parallel Combination)



- 由于每个电容器皆与电压为 V 电源的电极连接，因此每个电容器的电压皆为 V 。

$$V = V_1 = V_2 = \dots = V_n$$

- 电容器组所储存的电荷量 Q 等于各个电容器所带的电容器之和，因此

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

- 设 C 为电容器组的等效电容，则

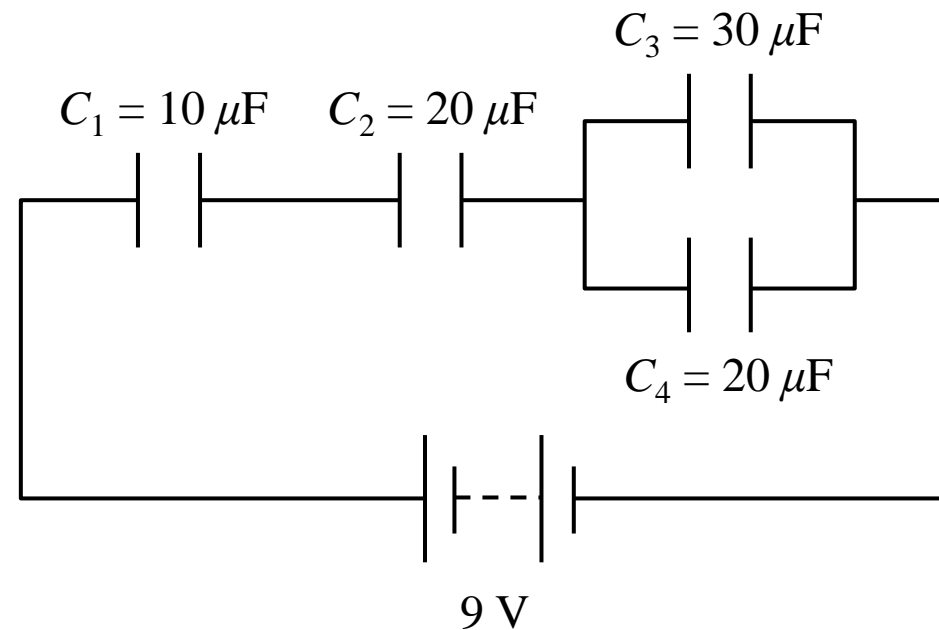
$$CV = C_1V_1 + C_2V_2 + \dots + C_nV_n$$

$$= C_1V + C_2V + \dots + C_nV$$

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

例：右图显示一个与 9 V 电池组连接的电容器组。求

- (a) 电容器组的等效电容；
- (b) 电容器组所携带的电量；
- (c) 电容器 C_2 的电压；
- (d) 电容器 C_3 的带电量。



解：

(a) $C_{34} = C_3 + C_4 = 30 \mu + 20 \mu = 50 \mu\text{F}$

(c) $Q_2 = Q,$

$$Q_2 = C_2 V_2$$

$$52.92 \mu = 20 \mu \times V_2$$

$$V_2 = 2.65 \text{ V}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{34}} = \frac{1}{10\mu} + \frac{1}{20\mu} + \frac{1}{50\mu}$$

$$C = 5.88 \mu\text{F}$$

(b) $Q = CV$

$$= 5.88 \mu \times 9$$

$$= 52.92 \mu\text{C}$$

(d) $Q_{34} = Q,$

$$Q_{34} = C_{34} V_{34}$$

$$52.92 \mu = 50 \mu \times V_{34}$$

$$V_{34} = 1.06 \text{ V}$$

$$V_3 = V_{34},$$

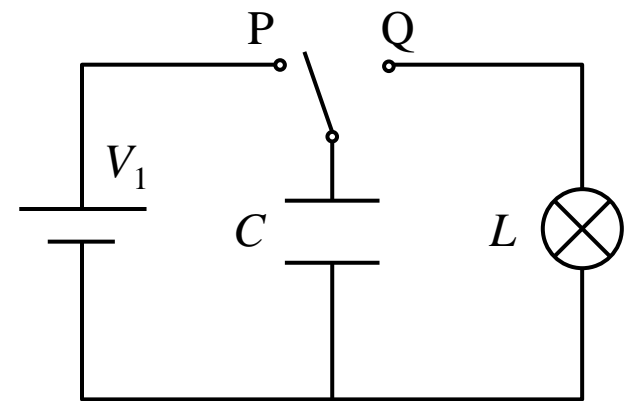
$$Q_3 = C_3 V_3$$

$$= 30 \mu \times 1.06$$

$$= 31.8 \mu\text{C}$$

电容器所储存的能量

- 根据右图，一个电容器与电池连接，使电容器充电后。将开关接至 Q 与灯泡连接后，发现电容器放电且灯泡在一段时间发光。
- 从中可看出，电容器从电池获得能量，并将能量以热能 / 光能形式释放。因此，电容器可储存能量。

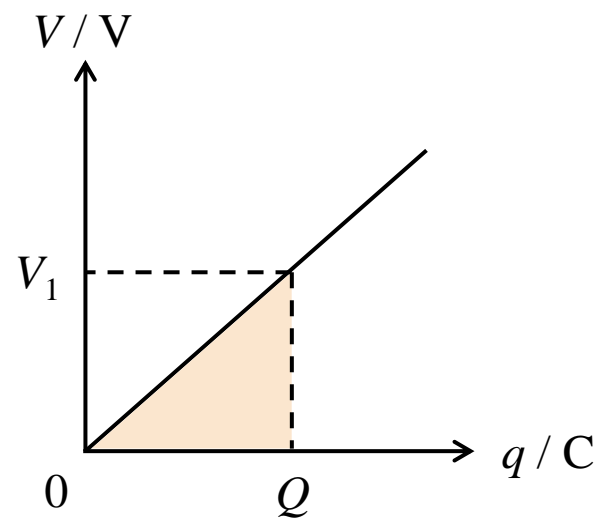


若将电容器的正电极板的负电荷移至负电极板，需克服电场力做功。

当电压为 V_1 时被移动的电量为 $-\Delta q$ ，克服电场力做的功为 $V_1 \Delta q$ 。

如果把移动总电量 Q 的过程分成很无限个 Δq 的过程，则移动总电量 Q 所做的功 (W) 为 $V-q$ 图内线下的面积：

$$W = \frac{1}{2} Q V_1$$



电源做功时消耗了自身的能量，转化成电容器储存的电能。

因此，电容器所储存的能量 (E) 的公式为

$$E = \frac{1}{2}QV \quad \text{或} \quad E = \frac{1}{2}(CV)V = \frac{1}{2}CV^2 \quad \text{或} \quad E = \frac{1}{2}C\left(\frac{Q}{C}\right)^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

例：若将 12 V 的电池与 60 μF 电容器连接，求电池使电容器充电需做的功。

解：电池使电容器充电需做的功 = 电容器储存的电能 (E)

$$E = \frac{1}{2}CV^2 = 4.32 \text{ mJ}$$

例：若半径为 9 cm 的空心球形导体带有 80 μC 的电量，求此导体持有的能量。

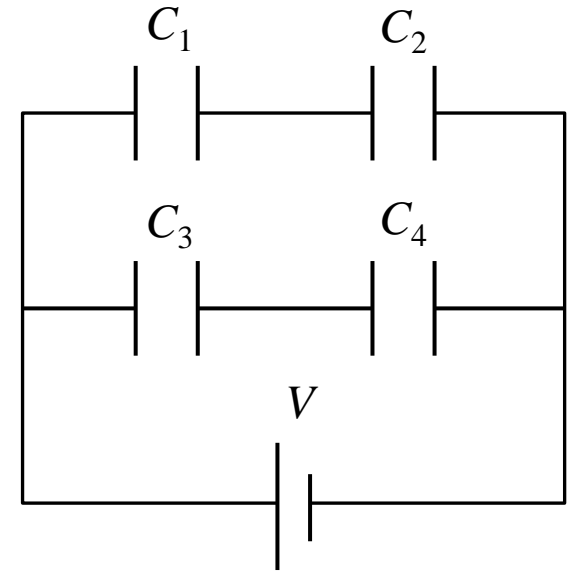
解：球形导体的电势为

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 r = \frac{r}{k} = \frac{0.09}{9 \times 10^9} = 10 \text{ pF} \quad E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(80 \times 10^{-6})^2}{2(10 \times 10^{-12})} = 320 \text{ J}$$

1. 某平行板电容器的面积为 60 cm^2 ，极板之间相距 5 mm ，充电后电容器的电压为 12 V 。求
- (a) 电容器的电容； (b) 电容器持有的电量。 (c) 电容器储存的能量。
- (d) 若在极板间置放介电常数为 3 的介电质，求
- (i) 电容器持有的电量； (ii) 电容器的电容； (iii) 电容器的极板之间的电势差；
- (iv) 电容器储存的能量。

2. 如右图所示，某电容器组与电压为 $V = 9 \text{ V}$ 的电池组连接。若 $C_1 = 12 \mu\text{F}$ ，
 $C_2 = 15 \mu\text{F}$ ， $C_3 = 18 \mu\text{F}$ ， $C_4 = 20 \mu\text{F}$ 。求

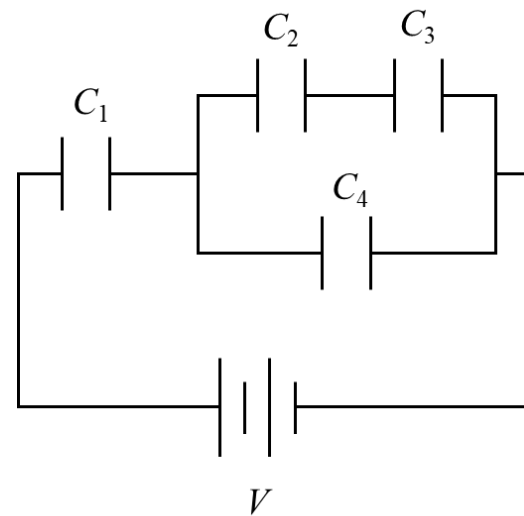
- (a) 电容器组的电容；
- (b) 电容器组所携带的电量；
- (c) 电容器 C_1 的电压；
- (d) 电容器 C_4 持有的电量；
- (e) 电容器 C_2 储存的能量。



3. 如右图所示, 某电容器组与电压为 $V = 30 \text{ V}$ 的电池组连接。若 $C_1 = 8 \mu\text{F}$,

$C_2 = 10 \mu\text{F}$, $C_3 = C_4 = 5 \mu\text{F}$ 。求

- (a) 电容器组的电容; (b) 电容器组所携带的电量;
 (c) 电容器 C_1 的电压; (d) 电容器 C_4 持有的电量;
 (e) 电容器 C_3 储存的能量。



4. 如右图所示, 某电容器组与电压为 $V = 12 \text{ V}$ 的电池组连接。若 $C_1 = 30 \mu\text{F}$,

$C_2 = 35 \mu\text{F}$, $C_3 = 40 \mu\text{F}$, $C_4 = 45 \mu\text{F}$, $C_5 = 50 \mu\text{F}$ 。求

- (a) 电容器组的电容;
 (b) 电容器组所携带的电量;
 (c) 电容器 C_1 的电压;
 (d) 电容器 C_4 持有的电量;
 (e) 电容器 C_3 储存的能量。

