

转置矩阵

1.  $A = \begin{pmatrix} a1 & a2 \\ a3 & a4 \end{pmatrix}$   $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 证明  $IA = AI = A$

2. 已知  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$   $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 求

a.  $A^2 - 3A + 2I$

b.  $(A - I)(A - 2I)$

c. 证明  $A^2 - 3A + 2I = (A - I)(A - 2I)$

3. 已知  $P = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  和  $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

a. 求  $\alpha$  若  $P^2 + P + \alpha I = O$

b. 证明  $P^3 = 3P - 2I$

c. 求  $P^3$

4.  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a. 求  $2A^2 - 5A - 3I$

b.  $(A - 3I)(2A + 1)$

c.  $2A^2 - 5A - 3I$  是否等于  $(A - 3I)(2A + 1)$

5.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 证明  $A^3 - I = (A - I)(A^2 + A + I)$

6.  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$   $C = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ , 若  $A + xB + C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 13 \end{pmatrix}$ , 求  $x$

7.  $\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \\ d & e & f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & g & h \\ 0 & 1 & i \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ , 求未知数  $a, b, c, d, e, f, g, h, i$

8. 若  $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

a. 求  $A^2$

b.  $A^2 + mA + nI = O$

c. 证明  $A^4 = -5A + 6I$

d. 求  $A^4$

9.  $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$ ,  $Q = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ , 求  $P^T$  和  $Q^T$

10.  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  求  $u$  和  $v$ , 若  $A^2 + uA + vI = O$

11. 若  $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

a. 证明  $M^3 = M$

b. 求  $M^{20}$

转置矩阵

12.  $M = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$  求

a.  $M+N$

b.  $N+M$

13.  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ , 求

a.  $(A \pm B)^T = A^T \pm B^T$

b.  $(A^T)^T = A$

14.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ , 证明  $(BA)^T = A^T B^T$

15.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

a. 求  $A^T$

b. 证明  $(A^T)^T = A$

16.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ , 证明

a.  $(A+B)^T = A^T + B^T$

b.  $(A-B)^T = A^T - B^T$

c.  $(AB)^T = B^T A^T$

统考题

1.  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 16 \end{pmatrix}$ , 求  $x$

2.  $\begin{pmatrix} x & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 15 \\ 40 & 43 \end{pmatrix}$ , 求  $x$

3. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ , 且  $A^2 - 4B = O$ ,  $O$  是零矩阵, 求矩阵  $B$

4.  $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ , 若  $3X + 4B = 2A$ , 求  $X$

5.  $P = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ , 求  $PQ$

6.  $\begin{pmatrix} 4 & x \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ x & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 15 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$ , 求  $X$

7.  $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} =$

8.  $P = (a \ -5), Q = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ , 求  $PQ$

9.  $3 \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x & -6 \\ 1 & -2w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2x+y \\ z+w & 3 \end{pmatrix}$ , 求  $w+x+y+z$  的值

10. 已知  $P = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 4 \\ -7 & 3 & 2 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ , 求  $PQ$