

## 不等式

### 不等式证明

1. 比较 $(x^2 + 1)^2, x^4 + x^2 + 1$ 的大小
2. 比较 $a^2 + 12, 6a$ 的大小
3. 比较 $(\sqrt{x} + 1)^2, (\sqrt{x} - 1)^2$ 的大小
4. 设  $a, b, c$  三正数满足 $a + \frac{a}{100} = b - \frac{b}{99} = c$ , 比较  $a, b, c$  三数之大小
5. 设  $a, b, c$  是实数, 且  $a > b > 0, c > 0$ , 比较 $\frac{b}{a}$ 与 $\frac{b+c}{a+c}$ 大小
6. 比较 $3 + \sqrt{14}$ , 与 $2\sqrt{19}$ 的大小
7. 设  $a, b$  为正实数, 试利用‘减法比大小’证明算几不等式, 即证明 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ,  
且只有  $a=b$  时, 等号才成立。
8. 若  $a, b > 0$ , 且  $a + b = 7$ , 求  $ab$  的最大值, 此时  $a, b$  之值各多少?
9. 若  $a, b > 0$ , 且  $ab=7$ , 求  $a=b$  的最小值, 此时  $a, b$  之值各多少?

SJUEC.COM

## 不等式

解下列各不等式

1.  $3(3 - x) \geq 2(x + 3)$

2.  $x - \frac{x-1}{2} \leq \frac{2x-1}{3} + \frac{x+1}{2}$

3.  $-\frac{3}{2} < 1 - 3x \leq 8$

4.  $x^2 + 10x - 200 \geq 0$

5.  $5x - 3 \geq 2x^2$

6.  $(2x + 1)^2 + 5 \leq 4(x + 2)^2$

7.  $4(x^2 + 7) > 3 - 20x$

8.  $\begin{cases} x + 4 > -x \\ \frac{3x-1}{2} < 2(x+1) \end{cases}$

9.  $\begin{cases} 4x - 5 \geq 2x + 1 \\ x + \frac{2}{3} \leq \frac{2x+5}{3} \end{cases}$

10.  $4 < 6 + 2x \leq 4x$

11.  $\begin{cases} x + \frac{13}{2} > \frac{7-x}{2} \\ 2\left(x + \frac{1}{3}\right) < 2 - x \\ x^2 \geq \frac{5x}{2} \end{cases}$

12.  $\begin{cases} (2x - 1)(x - 2) \leq 8x - 9 \\ 3(x^2 - 2) < 7x \end{cases}$

13.  $\begin{cases} x(x - 1) \leq 2 \\ x(x + 1) \geq 6 \end{cases}$

14.  $\begin{cases} 3x + 2 \leq 5 \\ 10 + 5x > 6x + 14 \end{cases}$

15.  $\begin{cases} 10 + 2x \leq 11 + 3x \\ 5x - 3 \leq 4x - 1 \\ 7 + 2x > 6 + 3x \end{cases}$

16.  $3 < -2x - 9 \leq 7$

17.  $3 - x \leq 2x - 9 < 7$

18.  $x^2 - x(x - 7) > 5(x - 1)$

19.  $\begin{cases} x - 2 > 0 \\ x - 5 < 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases}$

20.  $x^2 - 3x + 2 > 0$

21.  $x^2 + 2x - 15 < 0$

22.  $x^2 - 2x - 2 \leq 0$

23.  $4x^2 + 4x + 1 > 0$

24.  $-x^2 + 3x - 4 \geq 0$

25.  $x(x + 2) < x(3 - x) + 1$

26.  $2\sqrt{3}x - 3x^2 - 1 < 0$

27.  $\begin{cases} 3x^2 - 14x + 11 \leq 0 \\ 2x + 1 \geq 5 \end{cases}$

28.  $\begin{cases} x^2 + x \leq 12 \\ 2x^2 + 3x > 5 \end{cases}$

29.  $\begin{cases} 2x - 3 \geq x - 1 \\ x^2 - 3x < 2x + 6 \end{cases}$

30.  $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 - 7x + 12 > 0 \end{cases}$

31.  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 < 0$

32.  $(x^2 - 9)(16 - x^2) > 0$

33.  $x^4 - 7x^3 + 10x^2 \leq 0$

## 不等式

### 分式不等式

1.  $(x^2 + 2x - 8)(x^2 + 2x - 3) > 0$

2.  $(x - 1)^2(6x^2 + 13x + 6) \leq 0$

3.  $\frac{x}{2x+1} > \frac{6}{x+7}$

4.  $4 + \frac{7}{x+6} \leq \frac{15}{x+2}$

5.  $2 < |x - 5| < 9$

6.  $\frac{4}{|x+3|} - 5 \leq 3$

7.  $\frac{x+1}{x-3} < 0$

8.  $\frac{1}{x-1} \leq 1$

9.  $\frac{x-2}{x^2-2x-3} \leq 0$

10.  $\frac{(x-1)^3(x+2)^2(-x^2+x-2)}{(x-3)} \geq 0$

11.  $\frac{x^3-1}{(x-3)(x+2)} \leq 0$

12.  $\frac{3}{x+2} < \frac{1}{x}$

13.  $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4} > \frac{3}{x+2} - \frac{3}{x+3}$

14.  $\frac{2}{2x-1} > 3$

15.  $\frac{x+3}{x+4} < x + 1$

16.  $\frac{(x-2)(2x+5)}{x-6} \geq 0$



SJUEC.COM

## 不等式

### 统考题

1. 若  $51 < x^2 < 101, x \in \mathbb{Z}$ , 求  $x$
2.  $x^2 + 3x - 28 < 0$  的解
3.  $x^2 - x - 6 < 0$  中  $x$  的最大值
4. 解  $4x^2 \leq 25$
5. 解  $(x + 3)\left(\frac{x}{3} + 1\right) \leq 0$
6. 解  $9x^2 - 121 \leq 0$
7. 解  $(3 + x)(1 - 2x) \leq \frac{1}{5}(x + 3)(x - 4)$
8. 解  $(x + 2)(x - 6) \geq (x + 2)$
9. 解  $(x - 2)(x + 5) \geq 2(x + 2)(x - 5)$
10. 解  $x^2(x - 5) \geq 6x$
11. 解  $\frac{15}{x-2} \geq 3x - 2$
12. 已知不等式  $(x - 2)(x - a)(b - x) > 0$ , 的解为  $x < -3, 2 < x < 4$ , 求  $a + b$  的值
13. 解  $x^2(x^2 - 1) \geq 0$
14. 解不等式  $\frac{1}{x^2+1} \geq \frac{1}{x+3}$
15. 解不等式  $x^3 - x > 0$